Bei diesem Beitrag handelt es sich um einen wissenschaftlich begutachteten und freigegebenen Fachaufsatz („reviewed paper“).

Bemessung von Nagelplatten nach EC 5

H. Hartmann

Zusammenfassung Im Gegensatz zu DIN 1052:2008 erfolgt die Bemessung von Nagelplatten als Verbindungsmittel bei Fachwerkstrukturen auf einem plastischen Bemessungskonzept sowohl für die Anschlussflächen als auch für die Fugennachweise. Für den Nachweis der Anschlussflächen wird ein vereinfachter Ansatz zur Berechnung eines plastischen Widerstandsmomentes vorgestellt, welcher auf der sicheren Seite liegt und auch ohne aufwendige Programmunterstützung berechnet werden kann. Für den Fugennachweis werden die Möglichkeiten zur plastischen Bemessung der Fuge zwischen einzelnen Anschlussflächen dargestellt.

Design of Nailplates according EC 5

Abstract In contrast to DIN 1052: 2008 based the Design of nail plates as connecting of Nail-Plate-structures on a plastic design concept for die Area of connecting and for the gap between this area.
For the design of the connecting area, a simplified approach to the calculation of a plastic section modulus is presented, which is on the safe side and can be calculated even without extensive support program. For the design of the gap the possibilities for plastic design of the joint are shown.

1 Einleitung

Seit 01.07.2010 ist in den Bundesländern die Berechnung und Bemessung von Holztragwerken nach DIN EN 1995–1–1 (EC 5) [1] möglich. In einigen wenigen Bundesländern gab es im Hinblick auf teilweise noch nicht vollständige Produktnormen Übergangsfristen bis Ende 2013. Dies gilt besonders auch für die Anwendung und Bemessung von Nagelplattenkonstruktionen, welche im Moment bezüglich der Bemessung noch auf DIN 1052:2008 [3] zurückgreifen dürfen. Auch sind im nationalen Anwendungsdokument DIN EN 1995–1–1-NA [2] ergänzende Hinweise zur Bemessung der Platten und Anschlussflächen enthalten.
Die Regelungen zur Bemessung nach EC 5 bedürfen jedoch einer weiteren Erläuterung. Dies gilt besonders für die plastische Bemessung der Anschlussflächen und der Platten- und Fugennachweise. Die GIN (Gütegemeinschaft Nagelplattenprodukte e. V. Interessensverband Nagelplatten e. V.) wird deshalb in 2015 auch ein IFO zur Bemessung von NP-Konstruktionen nach EC 5 veröffentlichen, darin auf die neue Bemessung nach EC 5 eingegangen wird. Dieses IFO tritt damit die Nachfolge zum IFO Bemessung von NP-Konstruktionen nach DIN 1052 [5] an.

Prof. Dr.-Ing. Heiner Hartmann
Hochschule für Technik Stuttgart
Prüfingenieur für Bautechnik Fachrichtung Holzbau
Ingenieurbüro Dr. Hartmann
Moselstraße 28
70376 Stuttgart

Nachfolgend soll nur auf die Veränderungen bei der Bemessung der Anschlussflächen der Nagelplatten sowie der Fugenbemessung eingegangen werden. Es wird dabei eine Vereinfachung zur Berechnung des plastischen Widerstandsmomentes sowie auch deren genaue Berechnung und die Möglichkeiten zur Berechnung der Fugen vorgestellt.

2 Grundlagen

Nagelplatten finden sich vornehmlich als Holzverbindungsmittel am Ende von einzelnen Holzstäben von Fachwerken – gleichwohl sind auch Konstruktionen im Zusammenhang mit Balkenverstärkungen (Verbund) und lokale Verstärkungen (Querzugverstärkungen) möglich. Mögliche Anwendungen finden sich zum Beispiel in [5].
Zur Berechnung von NP-Konstruktionen gibt EC 5 [1] Hinweise, wie die exzentrische Lage der Anschlussflächen, die Nachgiebigkeit der Anschlussfläche selbst und mit weiteren Hilfsstäben (Fiktive Stäbe, Druckkontakt) ausgebildet werden können. In Folge dieser detaillierten Betrachtung der Struktur erhalten die beteiligten Stäbe Schnittgrößen (N, V, M) welche an den Verbindungsknoten von der Nagelplatte übertragen werden müssen. Die Nagelplatte stellt dabei ein indirektes Verbindungselement dar – die Kräfte werden somit zunächst vom Stab und dessen Anschlussfläche auf die Nagelplatte, und dann an anderer Stelle der Nagelplatte wieder über einer weitere Anschlussfläche zurück auf den nächsten Stab übertragen (**Bild 1**).

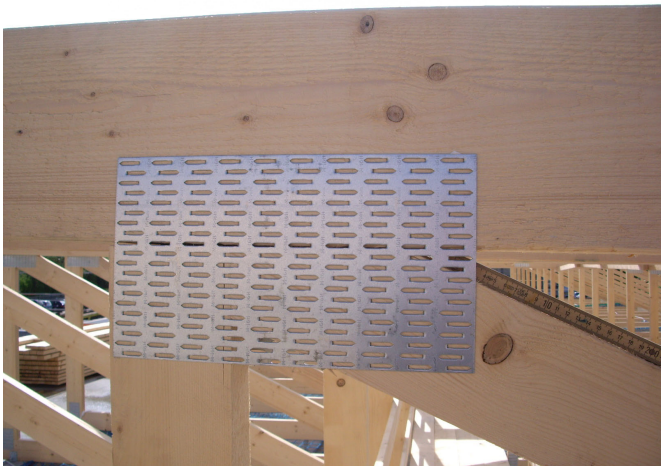


Bild 1. Übliche Situation einer Knotenausbildung
Fig. 1 Usual situation of a knot

Die Nachweise für einen Knoten sind deshalb für jede Anschlussfläche getrennt (Nachweis Anschlussflächen) sowie für die beteiligten Fugen zwischen den Stäben (Platten – und Fugennachweise) zu führen.
Da mit der Größe und Form der Nagelplatte und der Überdeckung der ankommenden Stäbe mit den Anschlussflächen auch die Steifigkeit der Struktur beeinflusst wird, folgt streng genommen ein iterativer Bemessungsvorgang zur Optimierung der Struktur.

In der von den Plattenherstellern angebotenen Software wird diese Optimierung durch Vorbelegungen von Plattenlagen bei bekannten Fachwerkstrukturen und durch die Erfahrung der Anwender beeinflusst. In einem ersten Rechenlauf mit diesen Plattenlagen und den daraus resultierenden Anschlusssteifigkeiten folgen Schnittgrößenbestimmung, Stabbemessung und Knotenbemessung. Nach diesem ersten Rechenlauf können die Anschlüsse weiter optimiert werden, um sowohl bei der Stabbemessung als auch bei der Plattenbemessung zu möglichst gleichmäßigen Ausnutzungsgraden zu kommen.

Sowohl in der Knotenbemessung in jeder Anschlussfläche als auch in die Plattenbemessung geht die Richtung der resultierenden Kraft (Beanspruchung bezogen auf den Faserverlauf des Stabes) bzw. deren Richtung auf die Plattenhauptrichtung ein, somit spielt die richtige Erfassung der tatsächlichen Geometrie im Anschluss eine große Rolle. Diese Abhängigkeiten von der Geometrie, die Unregelmäßigkeit der Anschlussflächen sowie die Exzentrizitäten der Anschlussschwerpunkte erschweren eine einfache Kontrolle oder Handrechnung derart, dass es neben der Software der Plattenhersteller praktisch keine frei verfügbare EDV-Unterstützung (Bemessungstools) gibt.

Im Rahmen von Bachelor- und Masterarbeiten [6], [7] wurden an der Hochschule für Technik Stuttgart auf der Basis von DIN 1052:2008 [3] solche Bemessungstools entwickelt, welche allerdings bezüglich der Anwendung nur auf einige Regelknoten und auf die nach DIN 1052 [3] zugelassene Nagelplatten beschränkt war. Dieses Bemessungstools sollen nun auch auf die Anwendung nach EC 5 erweitert werden.

3 Bemessung der Anschlussfläche

3.1 Bemessung bei elastische Beanspruchung

Die Anschlussfläche einer Nagelplatte wird sowohl durch die Kanten der Platte selber als auch durch die Stabkanten begrenzt. Die Fläche kann deshalb durch einen Polygonzug mit meist 3 bis 6 Kanten beschrieben werden.

Unter Bezug auf ein Koordinatensystem (x, y), welches vorteilhaft nach der Plattenhauptrichtung orientiert ist, können jeder Anschlussfläche eindeutige geometrische Daten zugeordnet werden. Da die Platte in ihrer Struktur regelmäßig ausgebildet ist, können die Nachweise über die Fläche, und entsprechend die Steifigkeiten der Anschlussfläche ebenfalls über die Fläche formuliert werden – eine getrennte Betrachtung jedes einzelnen Nagels einer Nagelplatte ist damit nicht erforderlich.

Über die Fläche sind eindeutig bestimmt:

– Lage des Flächenschwerpunkt S, mit effektiver Fläche A_{ef}:

$$e_y = \frac{S_z}{A} = \frac{\int y_i \cdot dA}{\int dA} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i}; \quad e_z = \frac{S_y}{A} = \frac{\int z_i \cdot dA}{\int dA} = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i \cdot A_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i};$$

$$A_{ef} = \int dA = \sum_{i=1}^{n} A_{i-Rechteck} + A_{i-Dreieck} \qquad (1)$$

Dieses Vorgehen kann auch numerisch in Form einer Tabelle und bezüglich eines beliebigen Koordinatensystems umgesetzt werden, darin die Eckpunkte im Uhrzeitersinn abgefahren werden und die zwischen zwei Punkten und der Koordinatenachse aufgespannten Dreiecke und Vierecke bestimmt werden (**Bild 2**).

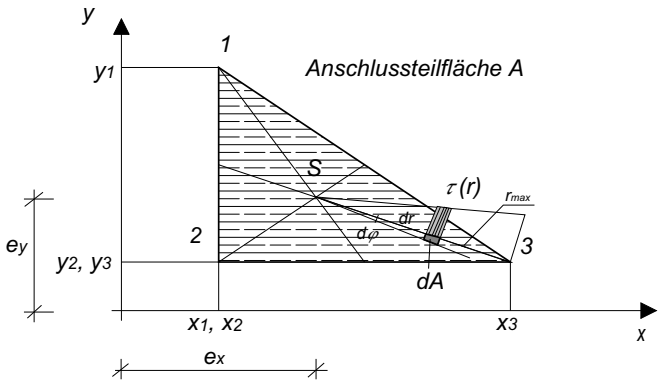


Bild 2. Beanspruchung Teilfläche aus Moment
Fig. 2. Demand subfield from moment

Für die polygonal begrenzte Anschlussfläche, reduziert an den Holz- und Plattenkanten um die zugehörigen Randabstände, können somit neben Fläche und Flächenschwerpunkt weitergehend die Hauptträgheitsmomtente I_1 und I_2 unmittelbar bestimmt werden.

Eine Kraft $F_{Ed} = F_{Ed,\alpha,\beta}$ als Resultierende aus den Schnittgrößen $V_{d,s}$ und $N_{d,s}$ in der angreifenden Stäbe wirkt im Schwerpunkt S dieser Fläche und weist dort einen charakteristischen Winkel sowohl bezüglich der Faserrichtung β als auch zur Plattenrichtung α auf (**Bild 3**).

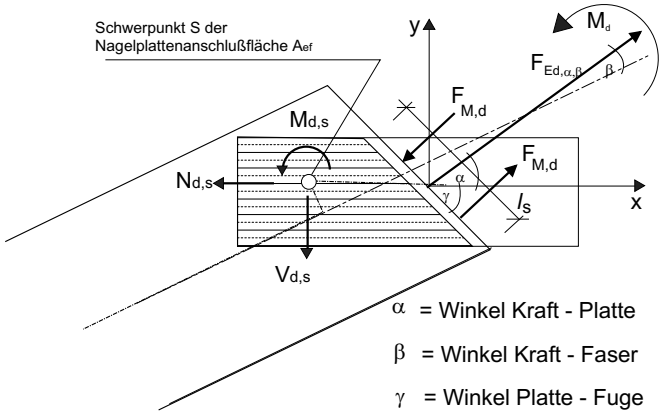


Bild 3. Geometrie und Abhängigkeit der Resultierenden $F_{Ed,\alpha,\beta}$ von der Platten und Stabstruktur
Fig. 3. Geometry and dependence of the resultant $F_{Ed,\alpha,\beta}$ of the plate and structure

Es darf davon ausgegangen werden, dass die Beanspruchung der im Schwerpunkt angreifende Resultierende $F_{Ed,\alpha,\beta}$ sich auf die gesamte Anschlussfläche gleich verteilt – der Nachweis folgt damit zu:

$$\tau_{F,d} \le f_{a,\alpha,\beta,d} \quad \text{mit} \quad \tau_{F,d} = \frac{F_{A,d}}{A_{ef}} \qquad (2)$$

Greift nun zusätzlich ein Moment $M_{d,s}$ in dieser Fläche an, so erfolgt eine Verdrehung um den Schwerpunkt S und die Flächenabschnitte, welche den größten Abstand r_{max} zum Drehpunkt aufweisen, erhalten auch die größte Beanspruchung. Der Einfluss der Geometrie dieser Fläche wird dabei durch das polare Trägheitsmoment I_p erfasst. Dabei gilt:

$$I_p = \int r^2 \cdot dA = \int \left(y_i^2 + z_i^2\right) \cdot dA = \int y_i^2 \cdot dA + \int z_i^2 \cdot dA$$
$$= I_y + I_z = I_1 + I_2$$
$$\tau_{M,d} = M_{A,d} \cdot \frac{r_{max}}{I_P} \quad \text{bzw.} \qquad (3)$$
$$M_{el,d} = \tau_{el,d} \cdot \frac{I_P}{r_{max}} = \tau_{el,d} \cdot W_{el}$$

Analog eine Biegespannungsermittlung eines Trägers unter der Momenteneinwirkung folgt damit für die Beanspruchung aus einer Verdrehung um den Schwerpunkt:

$$\sigma = \frac{M_d}{W} \quad \Rightarrow \quad \tau_{M,d} = \frac{M_{A,d}}{W_{el}} \quad \text{mit} \quad W_{el} = \frac{I_p}{r_{max}} \qquad (4)$$

3.2 Erweiterung auf eine plastische Beanspruchung

Der EC 5 unterstellt jedoch ein plastisches Arbeitsvermögen der Nagelplatte. Kraft-Verformungsmodelle von Holzverbindungsmittel bei plastischer Beanspruchung finden sich zum Beispiel schon im „Step 1, Beitrag von P. Racher [8]-(**Bild 4**):

Ein derartiges plastisches Arbeitsvermögen angenommen, kann die betrachtete Anschlussfläche unter einer Momen-

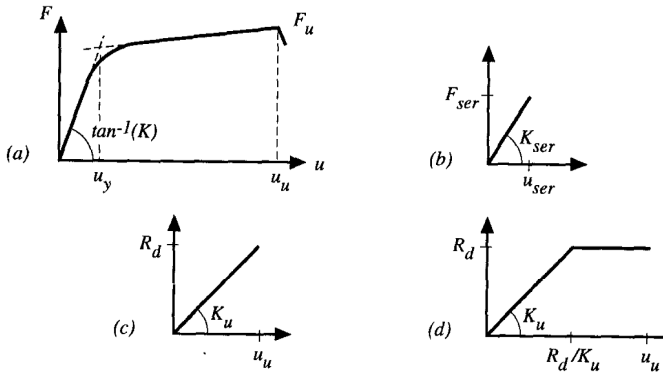


Bild 4. Modelle für plastisches Arbeitsvermögen von Verbindungsmittel aus [8]
Fig. 4. Models for plastic capacity of connectors from [8]

teneinwirkung theoretisch solange verdreht werden, bis die plastische Grenzspannung bis in den Drehpunkt wirkt (**Bild 5**). Das vollplastische Moment berechnet sich dann zu:

$$M_{pl} = \tau_{pl} \cdot \int_{Aef} r \cdot dA = \tau_{pl} \cdot \int_{Aef} r \cdot d\phi \cdot r \cdot dr \qquad (5)$$

Das plastische Grenzmoment M_{pl} ist dabei um einen Faktor α größer als das elastische Grenzmoment M_{el}, wobei dieser Faktor von der Geometrie der Anschlussfläche abhängt.

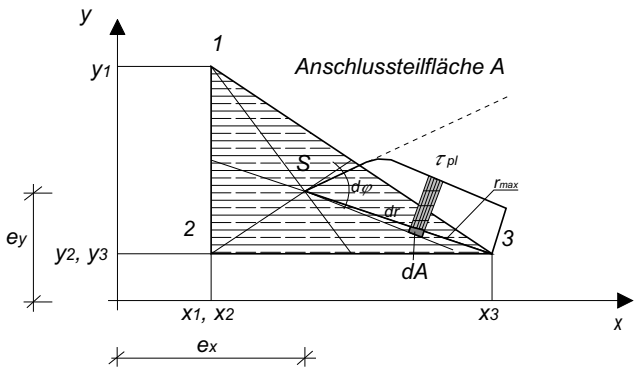


Bild 5. Anschlussfläche mit plastischer Beanspruchung
Fig. 5. Connecting area with plastic demand

Der Unterschied zwischen elastischer und plastischer Beanspruchung lässt sich leicht an einer kreisförmigen Fläche zeigen.

Rechnerisch kann das elastische Moment M_{el} aus der vorab beschriebenen Integration für das polare Trägheitsmoment bestimmt werden. Diese Integration kann numerisch als die Verknüpfung von zwei dreiecksförmigen Teilverläufen von r und anschaulich als das Volumen unter einem Paraboloid (**Bild 6**) beschrieben werden, welcher seine Drehachse senkrecht im Schwerpunkt der Anschlussfläche hat und durch die äußere Flächenbegrenzung verschnitten wird.

Das plastische Moment hingegen kann mit dem gleichen Ansatz als numerische Integration von Dreieck mit Rechteck und somit anschaulich als das Volumen unter einem Kegelspitz beschrieben werden, dessen Spitze genau im Schwerpunkt der Anschlussfläche aufsitzt und dessen Flanken unter 45° verlaufen.

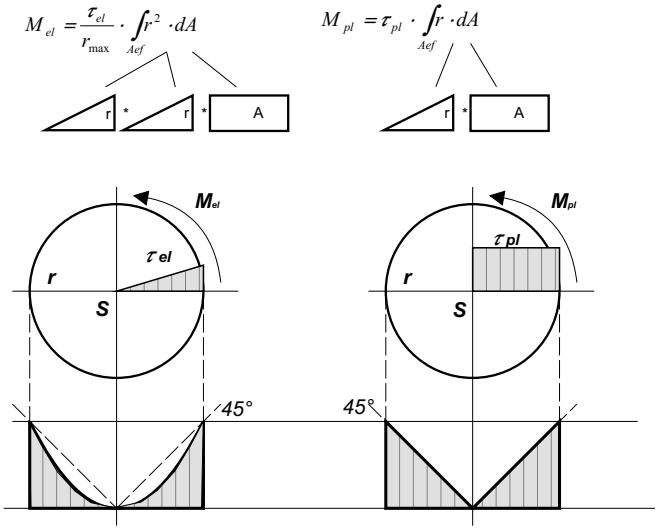


Bild 6. Vergleich elastisches und plastisches Widerstandsmoment bei einer Kreisfläche
Fig. 6. Comparison elastic and plastic restistance-moment with the area of a circle

Beide Körper treffen sich genau an der Außenkante der Fläche – die gesuchte Größe W_{pl} befindet sich jeweils als Volumen unter den beschriebenen Formen und kann somit exakt bestimmt werden.

Somit folgt für die Momente:

$$M_{el} = \tau_{el} \cdot \left(V_{Zylinder} - V_{Paraboloid}\right) = \tau_{el} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^3 \quad \Rightarrow W_{el} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$M_{pl} = \tau_{pl} \cdot \left(V_{Zylinder} - V_{Kegelspitze}\right) = \tau_{pl} \cdot \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \quad \Rightarrow W_{pl} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \qquad (6)$$

Dieser Ansatz ist identisch mit dem analytischen Ansatz über die Integration der Fläche mit

$$M_{el} = \frac{\tau_{el}}{r_{max}} \cdot \int_{Aeff} r^2 d\phi \cdot r \cdot dr = \frac{\tau_{el}}{r_{max}} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{max}} r^3 \cdot dr \cdot d\phi = \tau_{el} \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$M_{pl} = \tau_{pl} \cdot \int_{Aeff} r \cdot dA = \tau_{pl} \cdot \int_0^{r} \int_0^{2\pi} r \cdot dr \cdot d\phi \cdot r = \tau_{pl} \cdot \frac{2}{3} \pi r^3 \qquad (7)$$

Reduziert auf das elastische bzw. plastische Widerstandsmoment kann für die Kreisfläche damit, analog zum Stahlbau, ein Verhältniswert α berechnet werden:

$$\left.\begin{aligned} W_{el} &= \frac{I_p}{r} = \frac{1}{2}\pi r^3 = \frac{3}{6}\pi r^3 \\ W_{pl} &= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{6}\pi r^3 \end{aligned}\right\} \alpha = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = \frac{4}{6} \cdot \frac{6}{3} = \frac{4}{3} = 1{,}33 \qquad (8)$$

Nun sind die Anschlussflächen von NP-Konstruktionen in der Regel durch gerade Kanten begrenzt und bilden somit 3-, 4-, 5– und 6-seitige geschlossene Polygone. Die gesuchten Größen W_{el} und W_{pl} befinden sich als Volumenunterhalb der Verschneidung von Paraboloid bzw. Kegelspitz mit den nach oben aufgeklapten Außenkanten.
Ein vollständig plastisches Verhalten unterstellt, verschneidet sich der resultierende Kegelspitz mit den Seitenflächen zu einer Verschneidungskurve, welche als quadratische Gleichung beschrieben werden kann. Da die Neigung des Kegelspitz mit 45 ° verläuft, ist der Tiefpunkt der Verschneidung und die Eckkanten bekannt.
Das Volumen, welches nun entsteht, kann als ein Kegelspitz auf unregelmäßigem Grundriss (= Verschneidungsfläche) beschrieben werden (**Bild 7**). Diese Volumen, aufaddiert über alle Teilkanten, bildet das plastische Widerstandsmoment W_{pl}.

$$\nabla W_{pl} = \frac{1}{3} h \int_{-s_1}^{s_2} f(x)\,dx = \frac{1}{3} h \int_{-s_1}^{s_2} \sqrt{h^2 + x^2}\,dx$$
$$= \frac{1}{6} h \left[s_2 r_2 + h^2 \ln\left(s_2 + r_2\right) - s_1 r_1 - h^2 \ln\left(s_1 + r_1\right) \right]$$
$$W_{pl} = \sum_{n-Kanten} \nabla W_{pl} = \sum_{n-Kanten} \frac{1}{6} h \left[s_{i+1} r_{i+1} + h^2 \ln\left(s_{i+1} + r_{i+1}\right) - s_i r_i - h^2 \ln\left(s_i + r_i\right) \right] \qquad (9)$$

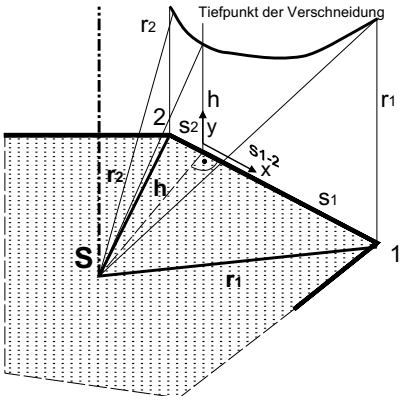


Bild 7. Verschneidung Kegel (plastisch) mit Außenkante
Fig. 7. Cut of a cone (plastically) with the edges

Für polygonal begrenzte Flächen kann somit bei vollplastischem Verhalten das plastische Widerstandsmoment exakt bestimmt werden.
Bei einer quadratischen Anschlussfläche von 10 cm x 10 cm (Quadratfläche) folgen zum Beispiel damit (**Bild 8**):

$$\left.\begin{aligned} W_{el} &= \frac{I_p}{r} = \frac{2 \cdot 10^4 / 12}{5 \cdot \sqrt{2}} = 235\ cm^3 \\ W_{pl} &= 382{,}5\ cm^3 \end{aligned}\right\} \alpha = \frac{382{,}5}{235} = 1{,}61 \qquad (10)$$

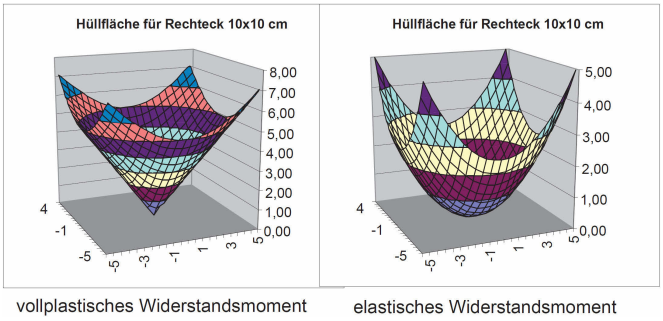


Bild 8. Vergleich elastisches und plastisches Widerstandsmoment bei einer quadratischen Anschlussfläche
Fig. 8. Comparison elastic and plastic restistance-moment with the area of a square

Die Angaben im EC 5 zur Bestimmung des plastischen Widerstandsmoments gehen auf Veröffentlichungen von Noren [9], [10] sowie darauf aufbauend von Kevarinmäki und Kangas [11], [12], [13] zurück – bei diesen Untersuchungen werden die plastischen Widerstandswerte näherungsweise über eine Ersatzdiagonale einer rechteckförmigen Ersatzfläche zurückgerechnet. Diese Näherung zur Berechnung der Ersatzdiagonale d ist im EC 5 in der aktuellen Fassung wiedergegeben:

$$\text{Allgemein}: W_{pl} = \int_{A_{eff}} r\,dA$$
$$\text{Näherung}: W_{pl} = \frac{A_{eff} \cdot d}{4} \quad \text{mit} \quad d = \sqrt{\left(\frac{A_{eff}}{h_{ef}}\right)^2 + {h_{ef}}^2}$$
$$\text{Quadrat}: W_{pl} = \frac{100 \cdot 14{,}14}{4} = 353\ cm^3 \quad \text{mit} \quad d = \sqrt{\left(\frac{10 \cdot 10}{10}\right)^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 14{,}14\ cm \qquad (11)$$

Im Gegensatz zur Herleitung vorab (siehe oben) berechnet sich bei einer quadratischen Grundfläche das plastische Widerstandsmoment zu 353 cm³ – nach diesem Ansatz ist die Abweichung folglich 29,5 cm³ = 7,7 %.
Dabei ist h_{ef} die größte Höhe der Anschlussfläche rechtwinklig zur längsten Außenkante. Unter Verwendung der vorgestellten genaueren Lösung lassen sich nun die unterschiedlichen Berechnungsformeln für W_{pl} und damit den Faktor α vergleichen (**Bild 9**):

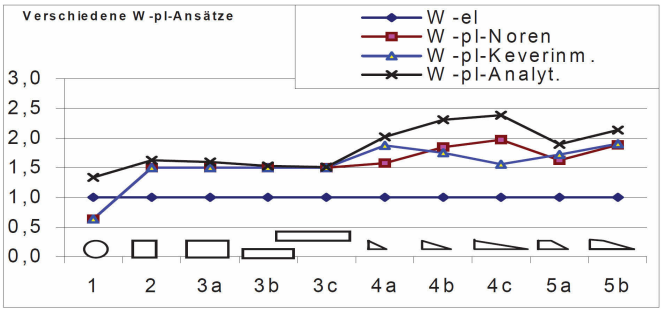


Bild 9. Tabelle mit Vergleichswerten für α bei verschiedenen polygonalen Flächen [14]
Fig. 9. Chart with comparative values for α with different polygonalen areas [14]

Abgesehen von der Kreisfläche mit einem α-Faktor von 1,33 liegen somit alle Faktoren für beliebige Dreiecke, Vierecke und Fünfecke oberhalb der Größe von $\alpha = 1{,}5$. Somit kann vereinfachend und auf der sicheren Seite liegend der Faktor α und das plastische Widerstandsmoment angenommen werden zu:

$$\alpha = \frac{W_{pl}}{W_{el}} = 1{,}5$$
$$W_{pl} = 1{,}5 \cdot W_{el} = 1{,}5 \cdot \frac{I_p}{r_{max}} \qquad (12)$$

Die Beanspruchung der Nägel infolge Verdrehung aus einem Moment ist für jeden Nagel in Richtung und Größe unterschiedlich. EC 5 vereinfacht dies, die größte Beanspruchung aus Moment wird nur mit der größten Nagelfestigkeit ($\alpha = 0$, $\beta = 0$) verglichen. Diese Ausnutzung ist über ein quadratische Interaktion mit der Ausnutzung aus der resultierenden Kraft verknüpft.
Somit folgen die Nachweise nach EC 5:

$$\tau_{F,d} = \frac{F_{\alpha,\beta,d}}{A_{eff}} \leq f_{a,\alpha,\beta,d}$$
$$\tau_{M,d} = M_{A,d} \cdot \frac{r_{max}}{1{,}5 \cdot I_p} \leq f_{a,0,0,d} \qquad (13)$$
und
$$\left(\frac{\tau_{F,d}}{f_{a,\alpha,\beta,d}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{M,d}}{f_{a,0,0,d}}\right)^2 \leq 1$$

Zur besseren Bewertung der Ausnutzung wird vorgeschlagen, den Nachweis um die nachfolgende Auswertung zu ergänzen:

$$\sqrt{\left(\frac{\tau_{F,d}}{f_{a,\alpha,\beta,d}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{M,d}}{f_{a,0,0,d}}\right)^2} \leq 1 \qquad (14)$$

3.3 Erweiterung auf teilplastische Bemessung

Die zuvor vorgestellte, plastische Bemessung unterstellt ein vollständiges plastisches Verhalten bis in den Kern bzw. bis in den Drehpunkt der Anschlussfläche. Die Anschlussfläche als relativ steife Scheibe vereinfacht, kann anschaulich leicht gezeigt werden, wie selbst bei kleinen Verdrehungen φ der Platte an den äußersten Rändern der Anschlussfläche schnell so große Verformungen entstehen, dass hier die Nägel schon wieder aus dem Holz austreten. Entscheidend für die Anwendung des plastischen Bemessungsverfahrens ist somit eine ausreichend große plastische Verformbarkeit der Nägel ohne Lastabfall – also ein duktiles Verhalten der eingedrückten Nägel bei Verdrehung der Platte.
Ein Kriterium für das Duktilitätsverhalten kann nach der Literatur aus der Duktilitätszahl D entnommen werden.
Übliche NP-Konstruktionen weisen häufig stark rechteckförmige Anschlussflächen auf. Während in einem kreisförmigen Kernbereich um den Drehpunkt die Beanspruchung noch im elastischen Bereich verbleibt, können an den entferntesten Rändern die plastischen Beanspruchungen zu den 3- bis 4-fachen elastischen Verformungen führen.
Untersuchungen von Brühl [15] zeigen jedoch, dass gerade bei Verdrehungen die Duktilitäten vorsichtiger anzunehmen sind, denn die Untersuchungen zur Duktilität zum Beispiel von Keverinmäki [13] sind primär aus Zug-/Druck-Versuchen abgeleitet.
Die Ansätze nach EC 5 zur plastischen Bemessung der Anschlussfläche, setzen also eine ausreichende Duktilität D in der Größe von 3 bis 5 voraus.

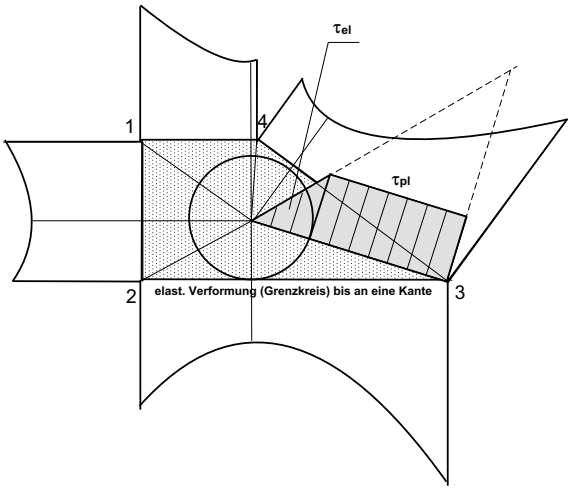


Bild 10. Teilplastischer Ansatz der Beanspruchung einer Anschlussfläche nach Hartmann [14]
Fig. 10. Partial-plastic beginning of the demand of a connection-area after Hartmann [14]

Solange nun der elastische Grenzkreis um den Schwerpunkt der Fläche (**Bild 10**) sich noch vollständig innerhalb der Anschlussfläche befindet, kann auch für die teilplastische Berechnung eine exakte Lösung angegeben werden. Dies ist dann der Fall, wenn sich eine ausreichende Duktilität D einstellt und der Radius des elastischen Grenzkreises r_{el} innerhalb der Anschlussfläche noch kleiner ist als der maximale Eckenabstand, dividiert durch die Duktilitätszahl D.

$$r_{el} \leq \frac{r_{max}}{D} \qquad (15)$$

Das elastisch-plastische Widerstandsmoment kann nun als das Volumen gedeutet und berechnet werden, welches sich unter der Hüllfläche einstellt – bis zum elastischen Grenzkreis unter dem Paraboloid – darüber hinaus unter der Kegelspitze mit Verschneidung bis zu den Randkanten. Das plastische Widerstandsmoment nähert sich mit kleinerer Duktilität D folglich immer mehr dem elastischen Widerstandsmoment an.

4 Bemessung der Platte mit den vorhandenen Fugen zwischen den Stäben

4.1 Grundlagen und Bemessung bei einer durchgehenden Fuge

Eine ausreichend breite Fuge (ohne Druckkontakt) unterstellt, müssen die Schnittgrößen, welche über die eine Anschlussfläche eingeleitet werden, über die Platte selber und über die Fuge hinweg in die nächste Anschlussfläche übertragen werden. Die Platte hat jedoch in zwei Richtungen (Hauptrichtung x / Nebenrichtung y) unterschiedliche Eigenschaften.

Diese unterschiedlichen Eigenschaften wurden bisher für Zulassungswerte aus dem Zug-Scher-Versuchen bzw. Druck-Scher-Versuchen abgeleitet. Zur Beschreibung dieser Eigenschaften wurden hierbei bislang neben dem Winkel γ zwischen Fuge und Plattenhauptrichtung die zusätzlichen Parameter k_1 bzw. k_2 und α_0 verwendet.

Eine maßgebende geometrische Bezugsgröße der Bemessung stellt dabei die Fugenlänge dar, welche auch Bereiche berücksichtigen darf, welche nicht mehr von Holz abgedeckt werden. In den aktuellen Zulassungen wird diese zusätzliche Fugenlänge mit maximal 12d angegeben. Darüber hinaus vorhandene Plattenbereiche dürfen nicht mehr in Rechnung gestellt werden, da hier erhöhte Verformungen (Beulgefahr) auftreten können.

In dem nachfolgend dargestellten beliebigen K-Knoten (**Bild 11**) sind diese Fugen als Fuge 1–2, Fugen 2–3 und Fuge 1–3 bezeichnet.

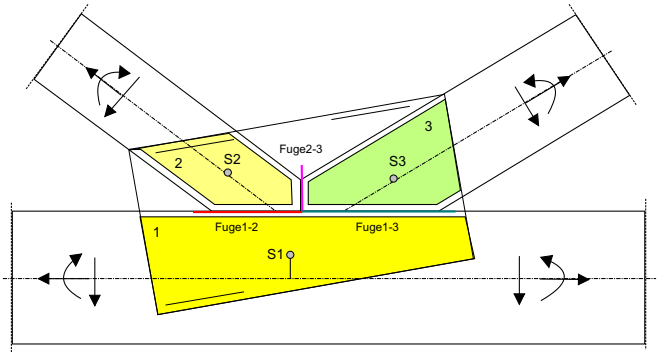


Bild 11. Beanspruchung in einer Fuge
Fig. 11. Demand in a joint

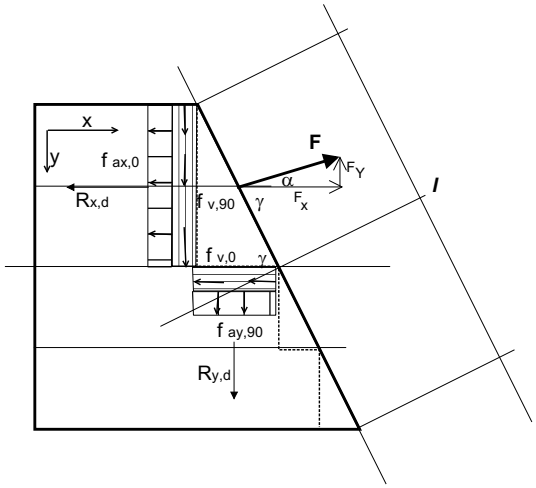


Bild 12. Beanspruchung in einer Fuge im Winkel γ zur Plattenrichtung
Fig. 12. Demand in a joint in the angle γ to the plate-direction

Eine Plattenbeanspruchung aufgrund einer äußeren Kraft $F_{\alpha,\beta}$ im Winkel α zur Plattenhauptrichtung kann somit in der Fuge in eine scherende (τ) Spannung sowie in Zug-Druck-erzeugende Spannungskomponenten σ_{ax}, σ_{ay} in Plattenhaupt- und Nebenrichtung (**Bild 12**) zerlegt werden. Diese Druck- oder Zugspannungen seien nachfolgend mit σ_F bezeichnet.

Bei einer Beanspruchung der Fugen zusätzlich aus einem Moment wird nachfolgend nur eine Hälfte der aktuellen Fugenlänge betrachtet und das einwirkende Moment als Kräftepaar dargestellt. Damit kann die Kraft aus dem Moment F_M analog der Beanspruchung der einwirkenden Kraft $F_{\alpha,\beta}$ (auf eine Fugenhälfte) behandelt werden.

Diese Beanspruchungen durften auch schon nach DIN 1052:2008 nach einem Traglastansatz, also mit plastischer Verteilung der Spannungen (**Bild 13**) berücksichtigt werden.

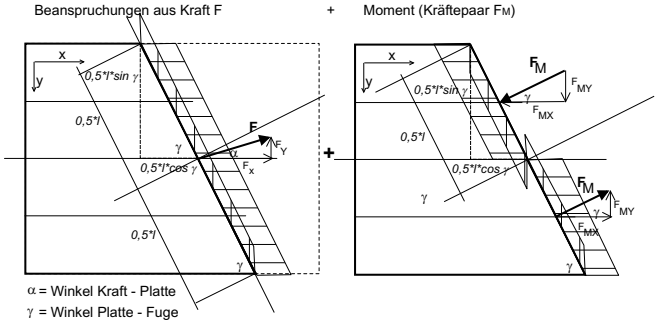


Bild 13. Beanspruchung der Fuge aus Kraft F und Kräftepaar F_M infolge Moment M
Fig. 13. Demand of the joint from Force F and Forcepair F_M as a result of moment M

In der betrachteten Fuge kommt es somit zu einer Überlagerung (Interaktion) der Beanspruchung aus Moment, Zug- bzw. Druckkraft sowie einer abscherenden Beanspruchung. Die daraus resultierende Beanspruchung (jeweils in eine Fugenhälfte) ist den Plattenfestigkeiten gegenüber zu stellen. Dies kann entweder auf der Kräfteebene (EC 5) oder auf der Spannungsebene (DIN 1052:2008) erfolgen.

Nach EC 5:

$$F_{x,Ed} = F_{E,d} \cdot \cos\alpha \pm 2 \cdot F_{M,Ed} \cdot \sin\gamma$$
$$F_{y,Ed} = F_{E,d} \cdot \sin\alpha \pm 2 \cdot F_{M,Ed} \cdot \cos\gamma$$

und damit

$$\left(\frac{F_{x,Ed}}{F_{x,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{F_{y,Ed}}{F_{y,Rd}}\right)^2 \le 1 \qquad (16)$$

bzw. nach Umwandlung der Beanspruchung pro Fugenlänge (Fugenhälfte) entspricht dies der Formulierung nach DIN 1052:2008:

$$s_{x,Ed} = \frac{F_{Ed}}{\ell} \cdot \cos\alpha + \frac{4 \cdot M_{Ed}}{\ell^2} \cdot \sin\gamma \quad \text{bzw.} \quad s_{x,Ed} = \frac{F_{Ed}}{\ell} \cdot \cos\alpha - \frac{4 \cdot M_{Ed}}{\ell^2} \cdot \sin\gamma$$

und

$$s_{y,Ed} = \frac{F_{Ed}}{\ell} \cdot \sin\alpha + \frac{4 \cdot M_{Ed}}{\ell^2} \cdot \cos\gamma \quad \text{bzw.} \quad s_{y,Ed} = \frac{F_{Ed}}{\ell} \cdot \sin\alpha - \frac{4 \cdot M_{Ed}}{\ell^2} \cdot \cos\gamma$$

und damit

$$\left(\frac{s_{x,Ed}}{f_{x,Rd}}\right)^2 + \left(\frac{s_{y,Ed}}{f_{y,Rd}}\right)^2 \le 1 \qquad (17)$$

Auch hier ist eine Bewertung der Ausnutzung besser wie folgt zu berechnen:

$$\sqrt{\left(\frac{F_{x,Ed}}{F_{x,Rd}}\right)^2+\left(\frac{F_{y,Ed}}{F_{y,Rd}}\right)^2}\le 1 \quad \text{bzw.} \quad \sqrt{\left(\frac{s_{x,Ed}}{f_{x,Rd}}\right)^2+\left(\frac{s_{y,Ed}}{f_{y,Rd}}\right)^2}\le 1 \tag{18}$$

Der Nachweis der Beanspruchung kann für die Fugen 1–2 und Fuge 1–3 im Sinne des Traglastansatzes auch wie folgt dargestellt werden (**Bild 14**):
Da die Plattenfestigkeiten nach Zulassung für die Kombination aus Druck-Scheren bzw. Zug-Scheren unterschiedliche Werte liefert, können die Ordinaten der Spannungen durchaus unterschiedliche Größen aufweisen. Es dürfen auch unterschiedliche Spannungsblöcke angesetzt werden, wenn dadurch ein Gesamtgleichgewicht erreicht wird.

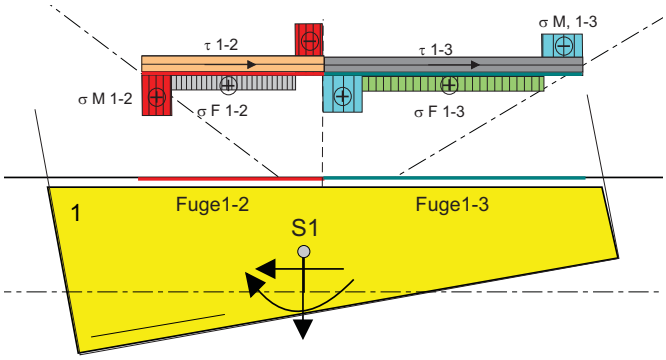


Bild 14. Beanspruchung der Fuge aus Kraft F und Kräftepaar F_M infolge Moment M
Fig. 14. Demand of the joint from Force F and Forcepair F_M as a result of moment M

4.2 Bemessung bei mehreren Fugen

Bei mehr als zwei Anschlussflächen werden jedoch in der Regel mehrere Fugen angeschnitten, die sich ggf. in einem oder in mehreren Punkten schneiden. Jede Anschlussteilfläche steht dann mit den Beanspruchungen in den angrenzenden Fugen im Gleichgewicht – die Beanspruchungen in den Fugen dürfen hierbei mit plastischen Spannungsverläufen angesetzt werden.
Da die Beanspruchungen in sich angrenzenden Fugen auch unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Festigkeiten der Platte in Haupt- und Nebenrichtungen sowie unter der Interaktion mit der Scherbeanspruchung erfolgen müssen, ist die Lösung für dieses Problem nicht trivial.
Nach dem Traglastsatz ist dann das Gleichgewicht erfüllt, wenn ein plastischer Spannungszustand gefunden werden kann, der alle Gleichgewichtsbedingungen in allen angrenzenden Fugen erfüllt.
Ein möglicher Ansatz dazu wäre, mit der Fuge zu beginnen, welche die höchsten Beanspruchungen erfährt. Wenn für diese Fuge ein Gleichgewicht gefunden wird, können darauf aufbauend auch die zugehörigen Spannungen in den Nachbarfugen ermittelt werden.
In der nachfolgenden Darstellung (**Bild 15**) wird von diesem einfachen Spannungsansatz ausgegangen, darin die Beanspruchungen aus Abscheren, Zug-/Druck bzw. Momentenwirkung jeweils einen gleichmäßigen Spannungsblock (Vorzeichen + bzw. –) erzeugen. An der gegenüberliegenden Fuge sollte es dann gelingen, mit den entsprechend umgekehrt orientierten Spannungsblöcken das nächste Gleichgewicht zu erreichen.

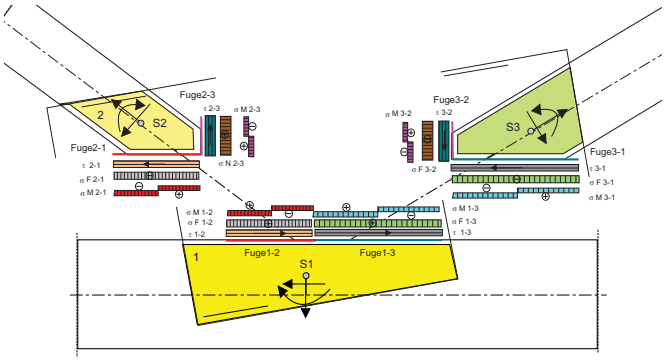


Bild 15. Plastischer Ansatz bei mehreren Fugen und bei Beanspruchung aus F und M
Fig. 15. Sculptural beginning with several joints and with demand from F and M

Bezogen auf den gesamten Knoten sind somit je Fuge drei unbekannte Spannungsgrößen bei noch unbestimmter Verteilung zu bestimmen und mit deren Anschlusskräften im Schwerpunkt der Fläche ins Gleichgewicht zu bringen. Eine Lösung auf Basis eines linearen Gleichungssystems wurde in der Bachelorarbeit Stojanovic [7] bei einem Spannungsansatz ähnlich wie Bild 15 realisiert.
Erfahrungen der Plattenhersteller zeigen jedoch, dass mit einem Vorgehen wie oben beschrieben nur für 80 % bus 90 % der Fälle eine Lösung erreicht wird. So gelingt es auch in der Bachelorarbeit Stojanovic [7] nicht, für einige Grenzsituationen eine Lösung zu finden – diese ist somit iterativ unter einem erweiterten Ansatz der Spannungen (nach Bild 14) zu suchen.
Um den Aufwand zum Nachweis der Tragsicherheit in der Fuge in einem vertretbaren Rahmen zu halten, genügt es im allgemeinem jedoch, wenn jede Anschlussfläche für sich mit den angrenzenden Fugen und unter plastischem Ansatz der Spannungen in ein Gleichgewicht gebracht werden kann. Das globale Gleichgewicht am Gesamtknoten wird im Rahmen der Schnittgrößenberechnung schließlich auch am Stabwerk sichergestellt.

5 Zusammenfassung

Die Berechnung und Bemessung von Nagelplattenkonstruktionen nach EC 5 ist auf der Grundlage der vorgestellten Zusammenhänge mit einfachen Hilfsmitteln oder gar Handrechnungen nicht zu bewältigen. Allein die Erfassung der geometrischen Abhängigkeiten, der zugehörigen Steifigkeiten von Anschlussflächen und Plattenfugen unter Berücksichtigung von Kraftrichtungen, Faser- und Plattenrichtung bedarf sorgfältiger Untersuchungen der Geometrie und kann in einer Handrechnung nur exemplarisch und an vereinfachten Beispielen gezeigt werden.
Die im EC 5 vorgestellte plastische Bemessung der Anschlussflächen bedarf streng genommen einer genauen Bestimmung des plastischen Widerstandsmomentes der Anschlussfläche. Wie jedoch gezeigt wurde, kann das plastische Widerstandsmoment ausreichend genau und auf der

sicheren Seite liegend über den Faktor 1,5 aus dem elastischen Widerstandsmoment gewonnen werden.
Die im EC 5 vorgestellte plastischen Bemessung der Plattenfugen kann bei mehreren Fugen auch unter Rechnereinsatz nicht mehr trivial gelöst werden. Die Plattenhersteller verfolgen hier in ihren Programmsystemen unterschiedliche Algorithmen und Lösungsstrategien. Es wird bevorzugt das Gleichgewicht einer Anschlussfläche für sich mit den umgebenden Fugen und unter plastischem Ansatz der Spannungen angestrebt.

Literatur

[1] DIN EN 1995–1–1:2010–12; Bemessung und Konstruktion von Holzbauten, Teil 1–1; Allgemeines – Allgemeine Regeln für den Hochbau

[2] DIN EN 1995–1–1/NA:2013–08: Nationaler Anhang zu DIN EN 1995–1–1:2010–12

[3] DIN 1052:2008; Berechnung und Bemessung von Holztragwerken

[4] *Blaß, H. et. al.*: Erläuterungen zu DIN 1052: 2004–08, Bruderverlag, Karlsruhe, (2004).

[5] IFO Bemessung von NP-Konstruktionen nach DIN 1052; GIN; Dezember 2009

[6] *Bux, E.*: Erstellen einer Bemessungshilfe für die Knotenbemessung von Nagelplattenkonstruktionen für mehrere Füllstäbe; Masterarbeit, Hochschule für Technik Stuttgart, Februar 2011

[7] *Stojanovic, D.:* Plattentragfähigkeitsnachweis von Nagelplatten mit Hilfe der EDV; Bachelorarbeit; Hochschule für Technik Stuttgart, Juni 2013

[8] *Racher P.*: Mechanische Holzverbindungen – Allgemeines; Step 1 / C1, Holzbauwerke, Arbeitsgemeinschaft Holz e.V. Düsseldorf 1995

[9] *Norèn B.*: Design of Joints with Nail Plates; CIB-W18 / 14–7–1; Warsaw 1981

[10] *Norèn B.*: Shear Tests of Nail Plates, CIB-W18 / 19–7–8; Florence 1986

[11] *Kevarinmäki, A.; Kangas J.*: Moment Anchorage Capacitiy of Nail Plates, CIB-W18 / 26–14–2; Georgia 1993

[12] *Kevarinmäki, A.*: Solution of Plastic Moment Anchorage Stress in Nail Plates, CIB-W18 / 25–14–1; Ahus; 1992

[13] *Kevarinmäki, A.; Kangas J.*: Rotational Stiffness of Nail Plates in Moment Anchorage, CIB-W18 / 2–14–3;Georgia 1993

[14] *Hartmann H.*: Die Berücksichtigung elastisch-plastischer Verformungseigenschaften mechanischer Verbindungsmittel bei Verbundkonstruktionen im Ingenieurholzbau; Dissertation 1999; Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau TU-München, 03/2000

[15] *Brühl F.*: Untersuchungen zur Verbindungsmittelduktilität; Doktorandenkolloquium Holzbau Forschung und Praxis; Universität Stuttgart – Institut für Konstruktion und Entwurf; Stuttgart, März 2012